

偏差値の計算方法について (1/3)

偏差値を使うと、平均点や番数だけでは解らない、どのような点が見えてくるのか？

名前	(NO.)
----	--------

1. 偏差値の算出方法について

偏差値は、3つの数字 [①自分の得点 ②平均点 ③標準偏差] が解っていれば、計算出来ます。

$$50 + \frac{\text{①自分の得点} - \text{②平均点}}{\text{③標準偏差}} \times 10 = \text{自分の偏差値}$$

2. 標準偏差について

標準偏差とは、品質管理で欠かせない基礎知識で、バラツキをあらわす目安です。

例えば、5つの製品の長さを測定した結果、40cm、50cm、60cm、70cm、80cm、だったとします。

平均値60からのバラツキ（平均値からの偏りの差＝偏差）を見る為に、個々のデータ値から平均値60を引きます。

$$40-60= -20$$

$$50-60= -10$$

$$60-60= 0$$

$$70-60= 10$$

$$+80-60= 20$$

$$\text{計 } 0 = (-20) + (-10) + (0) + (10) + (20)$$

全体的なバラツキを見たいのですが、このまま加えたのでは、上記の計算式のように、ゼロとなってしまいます。

そこで、上記の計算式のように、手順①：それぞれの平均値60からのバラツキ値（平均値60からの偏りの差）を計算し、

手順②：出た数字を2乗し、手順③：最後にそれぞれを「全て加えた合計」を出します。

$$(40-60) \times (40-60) = 400$$

$$(50-60) \times (50-60) = 100$$

$$(60-60) \times (60-60) = 0$$

$$(70-60) \times (70-60) = 100$$

$$+ (80-60) \times (80-60) = 400$$

$$\text{合計 } 1000 = (400) + (100) + (0) + (100) + (400)$$

このままでは、データ1個あたりのバラツキがわかりませんから、

「平均値から個々の値を引いた差を2乗したものの合計」(=1000)を、「データ数」(=5)で割った数の平方根を計算します。この計算で出た答えが、標準偏差です。

$$\text{標準偏差} = \sqrt{1000 \div 5} = 14.1$$

つまり、この製品は14.1のバラツキがあるということです。

3. 標準偏差を使うと、「平均値との差だけではないバラツキの度合い」をもっと正確に把握できる

バラツキは標準偏差で表すと便利です。平均値だけでは解らない色々なものが、見えてきます。

例えば、以下の2組の学力テストのデータがあったとします。

どちらも、受験者は5人、合計点は300点、平均点は60点です。

(1) 50点, 50点, 50点, 50点, 100点,

最大値100点－最小値50点＝最大値と最小値の差は50点

(2) 40点, 50点, 60点, 60点, 90点,

最大値 90点－最小値40点＝最大値と最小値の差は50点

この2組の平均値はいずれも60点で、最大と最小の差はいずれも50点です。

しかし、この2組の学力テストの点のバラツキは異なると、直感で気づくはずですが。

すなわち、バラツキを最大と最小の差とただけでは、真のバラツキを表現できないのです。

では、標準偏差を計算してみましょう。

$$(1) (50-60) \times (50-60) + (50-60) \times (50-60) + (50-60) \times (50-60) + (50-60) \times (50-60) + (100-60) \times (100-60) \\ = 2000 \quad \text{標準偏差} = \sqrt{1400 \div 5} = 16.7$$

$$(2) (40-60) \times (40-60) + (50-60) \times (50-60) + (60-60) \times (60-60) + (60-60) \times (60-60) + (90-60) \times (90-60) \\ = 1400 \quad \text{標準偏差} = \sqrt{1400 \div 5} = 16.7$$

(1)のデータの標準偏差が20.0。(2)のデータの標準偏差が16.7。と、なります。

偏差値の計算方法について (2 / 3)

前述 (1/3の3.)のデータを使って、(1)の100点と(2)の90点の偏差値を計算してみると…

偏差値は、3つの数字 [①自分の得点 ②平均点 ③標準偏差] が解っていれば、計算出来ます。

$$50 + \frac{\text{①自分の得点} - \text{②平均点}}{\text{③標準偏差}} \times 10 = \text{自分の偏差値}$$

この(1)と(2)の標準偏差を使って、(1)の50点の人の偏差値と、(2)の50点の人の偏差値を計算してみます。

$$\begin{aligned} \text{(1)の50点の人の偏差値} &= 50 + \frac{50-60}{20.0} \times 10 = 50 + \left(\frac{-10}{20} \right) \times 10 = 45.00 \\ \text{(2)の50点の人の偏差値} &= 50 + \frac{50-60}{16.7} \times 10 = 50 + \left(\frac{-10}{16.7} \right) \times 10 = 44.01 \end{aligned}$$

(1)のデータの50点の偏差値は、45.00 (2)のデータの50点の偏差値は、44.01 となります。

(1)と(2)は、得点は同じ50点、そして受験者数・平均点・最高点と最低点の差、の全てが同じです。しかし、(1)と(2)は、受験生の得点のバラツキが違うので、同じ50点でも、(1)と(2)の50点は偏差値が異なります。このように、バラツキの度合いは偏差値で表すと、より正確に把握出来ます。

偏差値の計算方法について (3 / 3)

実施された三進連テストの実際のデータで、偏差値を計算してみると…

①自分の得点 ②総合点の全県平均点 (M) ③総合点の標準偏差 (S. D.)

$$50 + \frac{\text{①自分の得点} - \text{②平均点}}{\text{③標準偏差}} \times 10 = \text{自分の偏差値}$$

テスト名	三進連 平成23年度 第6回	三進連 平成24年度 第6回
総受験者数	5,494人	5,017人
平均点	130.13点	122.13点
標準偏差	SD 44.21	SD 45.32
偏差値(相対順位)	受験生の得点	受験生の得点
T70.0	218点	213点
↑	22点upで	22点upで
T65.0(7番)	196点	191点
↑	20点upで	22点upで
T60.0	176点	167点
↑	22点upで	22点upで
T55.0(31番)	154点	145点
↑	24点upで	22点upで
T50.0	平均点130点	平均点122点
↑	22点upで	22点upで
T45.0(69番)	108点	99点
↑	22点upで	22点upで
T40.0	86点	77点
↑	22点upで	22点upで
T35.0(93番)	64点	55点

テスト名	三進連 平成25年度 第1回	三進連 平成25年度 第2回	三進連 平成25年度 第3回
総受験者数	2,355人	2,433人	3,744人
平均点	123.86点	112.54点	115.34点
標準偏差	SD 46.39	SD 44.05	SD 45.85
偏差値(相対順位)	受験生の得点	受験生の得点	受験生の得点
T70.0	217点	201点	207点
↑	24点upで	22点upで	22点upで
T65.0(7番)	193点	179点	185点
↑	22点upで	22点upで	24点upで
T60.0	171点	157点	161点
↑	24点upで	22点upで	22点upで
T55.0(31番)	147点	135点	139点
↑	23点upで	22点upで	24点upで
T50.0	平均点124点	平均点113点	平均点115点
↑	23点upで	22点upで	22点upで
T45.0(69番)	101点	91点	93点
↑	24点upで	22点upで	24点upで
T40.0	77点	69点	69点
↑	22点upで	22点upで	22点upで
T35.0(93番)	55点	47点	47点

- 偏差値の算出方法についての説明は、羽根田 修さんのHP「品質改善.com <http://www.hinkai.com>」が一番私にとってわかりやすく、参考にさせて頂きました。ありがとうございました。
- また、三進連さんには、いつも詳細な資料を提供して頂き、感謝いたしております。また、この件の転載の承認をして頂き、重ねてお礼申し上げます。

ノザキ塾 塾長 野崎正樹